

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ В ТЕХНИЧЕСКОМ УНИВЕРСИТЕТЕ

Лифшиц Борис Анатольевич

Аннотация

Статья продолжает тему, поднятую В.А. Рохлиным 30 лет назад о том, каким должно быть математическое образование инженера. Показано, что изменилось в отношении студентов технических вузов к математике за эти годы и какую роль в этих изменениях играет компьютер.

Ключевые слова: преподавание основ математического анализа, компьютер в обучении математике, проблемы математического образования инженеров.

У моего доклада о преподавании математического анализа есть первоисточник. Текст распечатан, можно познакомиться [1]. 33 года назад на мат-мехе один из лучших преподавателей, которых я когда-либо видел и слышал, Владимир Абрамович Рохлин, прочитал свою, возможно, последнюю лекцию в жизни. Эта лекция была прочитана на заседании Математического общества, называлась она «О преподавании математики нематематикам». Лекция в чуть урезанном виде записана, благодаря Сергею Витальевичу Рыбину оцифрована, благодаря Олегу Яновичу Виро расшифрована, помещена на сайт Петербургского математического общества.

Лекция содержит много злободневного и острого материала. У В.А. Рохлина богатая биография — он, с подачи Советской власти, где только ни преподавал. И в Архангельском лесотехническом институте, и в Коломне в педагогическом, и в Ленинградском университете. Он хорошо понимал, чем отличается преподавание математики для математиков и для нематематиков, так что лекция интересная.

Попробуем сквозь призму текста В.А. Рохлина оценить произошедшие изменения. Всё-таки прошло более 30 лет. Лекция, повторюсь, злободневная, читаешь — там всё в точку, что было, то и есть. Но обнаруживаются и некоторые изменения. Попробуем их обсудить.

Первый важный тезис, который был у Рохлина, состоял в том, что преподавание математики для математиков и, например, для инженеров — это разные вещи. Узвимой точкой, с которой он начал, было следующее наблюдение. Массовым образом преподаётся то, что студентам-нематематикам непонятно и, в общем, не может быть понятно (а математикам понятно и может быть понятно). Получается не то, чтобы пустая трата времени, но такая деятельность, которая мгновенно душит любознательность.

Когда примерно 35 лет назад я пришёл преподавать в ЛЭТИ, толковые студенты, как и теперь, нередко задавали вопросы. Как правило, их основной вопрос был: «Что?», и другой вопрос: «Почему?»

За первые 15 лет моего преподавания произошло плавное перетекание указанных вопросов в другой вопрос: «Зачем это нужно?» Далее возник расширенный подтекст:

«Скорее всего, нам это не нужно». Таково первое изменение, оно серьёзное. Теперь, когда рассказываешь, приходится начинать не с того, что такое прямой угол, катет и гипотенуза, а с мотивировки: «Для чего нужна теорема Пифагора?» Серьёзное изменение.

Толковых и, что не менее важно, активных студентов стало несколько меньше, и если раньше они были авторитетны, а тот, кто меньше знал, бегал к толковым и спрашивал, как решить задачу — в общем, «солью земли» были толковые ребята, — то сейчас это товарищи, к которым иногда стоит обратиться, но это странные люди, «ботаники».

Ещё одно измерение, общечеловеческое. Ещё Сократ жаловался на молодёжь («Нынешняя молодёжь привыкла к роскоши, она отличается дурными манерами, презирает авторитеты, не уважает старших, дети спорят со взрослыми, жадно глотают пищу, изводят учителей» V век до н.э.)

С давних пор такие жалобы систематически повторяются, однако на наших глазах студенты стали чувствовать себя свободнее, они гораздо меньше опасаются окружающего. Рискну сказать — они стали более приветливыми. Но с таблицей умножения, сложением дробей и тому подобными премудростями дело обстоит всё хуже и хуже.

Следующее важнейшее изменение, касающееся всех сторон нашего преподавания — компьютеризация. Впервые с этой проблемой я встретился, кажется, в этой же аудитории. Надо было заменить преподавателя нашей кафедры В.А. Егорова. Продвинутый курс, случайные процессы. Толковые студенты, хорошая группа тогда еще ФАВТа. Ребята вежливые, они меня стараются слушать. Конец мая, жарко. Вдруг кто-то спрашивает: «Борис Анатольевич, наверное, у вас есть лекции на дискетке». — «Да, кое-что есть». — «А вы не могли бы нам дать эту дискетку на перемену, мы скопируем, нам будет легче учиться». И тут на последней парте лучший студент просыпается, поднимает голову и говорит: «Экзамен будет состоять в том, что мы пришлём Вам этот файл обратно». Замечательное предложение, оно в значительной степени показывает изменившиеся ожидания: «Вы нам формулы, а мы вам обратно их фотографии».

Преподаватели, по-прежнему, ставят вопрос «Почему?», есть толковые студенты, способные ответить на этот вопрос, но их всё меньше и меньше, их жизнь всё беспокойнее. С другой стороны, львиная доля студентов программирует или, во всяком случае, понимает, что такое написать программу. Они же понимают, что такое проверить программу, что значит «программа работает верно».

Многие из них работают, и на работе с них спрашивают проверку правильности работы программы. Но метод проверки истинности, который вполне привычен в программировании, ими, зачастую, не используется в учебе, в математическом образовании.

И этот разрыв поразителен. Студенты на ФКТИ и на ФРТ знакомы с проверкой истинности. Но математика для них, примерно, то же, что для меня была бы игра на скрипке. Я не мог бы проверить, неверный звук получился или вдруг верный, и, главное, не знал бы, можно ли научиться такой проверке.

Конечно, дело не безнадежное, но логически образованного поколения людей ещё не было ни в России, ни за границей, об этом в докладе у В.А. Рохлина сказано. Наша работа, по-видимому, направлена на то, чтобы эту логически образованную часть населения расширить или, во всяком случае, смягчить негативные последствия логической безграмотности.

Что Рохлин предлагал изъять из курса математики, в первую очередь, за невозможностью толково объяснять? Во-первых, теорию пределов, и более широко — львиную долю материала, который связан с основаниями анализа, с теоремами существования. Конечно, хочешь, не хочешь — придётся сказать в какой-то момент, что если непрерывная

функция принимает и положительные и отрицательные значения, то где-то она равна нулю. По крайней мере, это придётся упомянуть. Объяснить это невозможно, потому что студент не понимает, зачем это объяснять.

Фундаментальная теорема математического анализа, которая гласит, что функция с нулевой производной является константой (к этой теореме в обычном учебнике ведёт длинный путь в десятки страниц), на которой «сидит» формула Ньютона-Лейбница, совершенно невозможна для объяснения будущим инженерам не потому, что трудно объяснить шаг за шагом, как это всё обосновывается, а потому, что слушатели зачастую не видят, что и, главное, зачем это нужно объяснять.

Мы определяем двойной интеграл (а потом спрашиваем определение). С тем же успехом можно спрашивать, что такое площадь или что такое объем. Невозможно объяснить нашим студентам, что такое площадь, потому что они, как правило, не понимают и не захотят понимать, зачем мы им это объясняем. Что такое площадь — они и так "знают".

Как вычислять площадь — это можно объяснить. И много интересных примеров можно разобрать. Можно объяснить, что многие важные величины (заряд, масса, вероятность и другие) измеряются по тем же правилам, что и площадь, и, следовательно, полезно вычислять первообразные, то есть интегралы.

Очень много времени и сил уходит у нас на то, что мы объясняем вещи, которые студент отторгает. Если он отторгает половину материала, он начинает отторгать и другую половину. Что можно сделать? Тут у меня есть небольшой опыт, в частности, о двух вещах я хотел бы сказать.

Можно с помощью компьютеров иллюстрировать понятие гладкости. Можно показать на экране, что если параболу или синусоиду в фиксированной точке рассматривать всё подробнее и подробнее, она выпрямляется. А график функции $y = |x|$ в особой точке не выпрямляется. Можно иллюстрировать движение броуновской частицы, траектория которой ни в одной точке не выпрямляется. Более того, она «закрашивает» в окрестности любой точки целую область. Область эта очень интересна.

Ещё можно иллюстрировать примеры применения локального анализа (например, формулы Тейлора) для улучшения работы тех процедур, которые студентам известны. Например, метод итераций студентам понятен, и, в зависимости от того, что происходит на входе, какую запись функции они используют, метод будет хорошо сходиться или плохо сходиться. Это легко объяснить на примере поиска корней полинома.

Если мы берем обычную запись полинома, получается, фактически, разложение в нуле. В такой записи метод Ньютона может плохо работать вдали от нуля. Однако, если осуществить перенос начала координат в точку, которая находится вблизи нашего далекого корня, просто сделать замену переменной (сдвиг), то новая переменная будет вблизи корня маленьким числом, и отлично всё будет работать. Такие лабораторные работы мы делали — «Применение математического анализа для улучшения тех или иных процедур». Это возможно.

Что ещё мы делали со студентами много лет назад, когда объем программирования ограничивался доступной памятью в 14 ячеек (ещё была память для программы в 60 или 100 ячеек)? Многое уже тогда можно было показать студентам. К примеру, медленно сходящиеся интегралы. Был интеграл, который, вычислить напрямую, может быть не могла и супер-ЭВМ в Москве. А если проинтегрировать по частям, получается внеинтегральное выражение (явная часть ответа) и хорошо сходящийся интеграл, легко и быстро вычисляемый даже скромными средствами. Призываю разыскивать такие примеры всем, кто преподаёт анализ.

Трудность в том, что здесь большие затраты времени на знакомство со средой обучения. Когда мы 20–30 лет назад занимались с отобранными студентами радиотехнического факультета, ребята два первых занятия осваивали технику. Сейчас, если, к примеру, три преподавателя подготовят примеры, каждый в своей среде, то каждый из них потратит время своих занятий на вход в эту среду. Не верится, что можно, не объединяя эти среды разумным образом, хотя бы 10% материала проиллюстрировать.

Есть и другие проблемы. У нас есть учебное время, и мы хотим оживить преподавание. Математическая статистика, например, — подходящая область для того, чтобы её на компьютере иллюстрировать. Студенты выполняют лабораторные работы. Поэтому теперь лекции 1 час в неделю вместо 3 часов, а преподаватель практики все же просит лектора объяснить студентам некоторые базовые понятия.

Выясняется, что ни что такое выборочное среднее, ни что такое выборочная дисперсия — вы от половины студентов в конце семестра не сможете услышать, потому что на лекциях, которые происходят раз в две недели, львиная доля студентов не ходит; они считают, что если лекция раз в две недели, то это периферийный материал. И содержание предмета студенты с вами не могут обсудить.

Либо мы не загружаем студентов экспериментом, тогда им неинтересно. Либо они будут загружены, но тогда вам не удастся с ними эксперимент обсудить. Найти баланс, который тут должен быть, — по-видимому, основная задача. Хотелось бы, сократив менее важные части курса, заменить их на полезный «экспериментальный» материал, который мог бы студентов заинтересовать и который с ними можно обсуждать.

Если по такому пути удастся пойти... Через сто лет, как говорил Рохлин, если всё будет хорошо, дело сдвинется вперёд. Это оптимистичный, как он сказал, сценарий.

Список литературы

1. Рохлин В.А. Лекция о преподавании математики нематематикам. В сборнике «Математическое просвещение». Сер. 3, вып. 8. М.: Изд-во МЦНМО, 2004. С. 21–36.

CALCULUS AT TECHNICAL UNIVERSITY

Lifshitz B.A.

Abstract

This article continues the famous article of V. A. Rokhlin which have been written 30 years ago about problems of mathematical education of the engineer. It shows changes in relations between students of technical colleges and mathematics and a role of computer in these changes.

Keywords: *calculus teaching, computer in mathematics teaching, problems of mathematical education of engineers.*

Лифшиц Борис Анатольевич,
кандидат физико-математических наук,
доцент факультета экономики
Европейского университета
в Санкт-Петербурге,
libor@eu.spb.ru

© Наши авторы, 2015.
Our authors, 2015.