Посчитаем?

Богомолова Ольга Борисовна,
Усенков Дмитрий Юрьевич

ЛОГИКА: РЕШАЕМ ЗАДАЧИ НА РАССТАНОВКИ

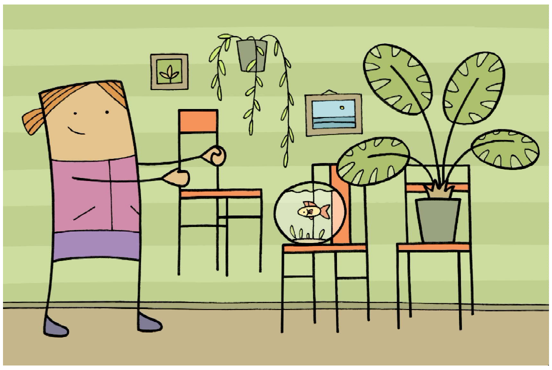
Среди различных развивающих логических задач нередко встречаются задания на расстановку каких-либо объектов поровну, например расставить некоторое количество стульев так, чтобы вдоль каждой стены комнаты их можно было насчитать указанное количество, или расставить стражников на сторожевых башнях, чтобы на каждой стене крепости было указанное количество стражников. Как решать такие задачи?

Ниже предлагается универсальный алгоритм решения подобных задач на расстановку, который поможет вам в их решении. Рассмотрим его на конкретных примерах.

Задача 1. Как расставить вдоль стен квадратной комнаты 24 стула так, чтобы вдоль каждой стены стояло по 7 стульев?

Решение

Требуется, чтобы вдоль каждой из четырех стен стояло по 7 стульев. Для этого требуется $7 \times 4 = 28$ стульев. А у нас их есть только 24.

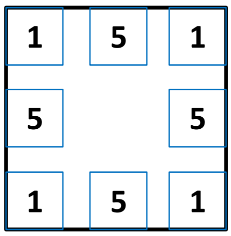


Откуда «взять» недостающие стулья? Очевидно, какие-то стулья должны тогда располагаться в углах комнаты и тем самым «принадлежать» сразу двум каким-либо стенам.

$28 - 24 = 4$, то есть у нас «недостает» 4 стульев. Значит, именно 4 стула надо расставить по углам, по одному стулу в каждом углу.

$24 - 4 = 20$ стульев тогда остаются не распределенными. Расставим их поровну вдоль каждой стены: $20 / 4 = 5$, значит, вдоль каждой стены посередине надо поставить по 5 стульев.

Рисунок:



Проверяем: вдоль каждой стены стоит $1 + 5 + 1 = 7$ стульев; всего стульев $4 \times 1 + 4 \times 5 = 24$.

Задача решена.

Эта задача оказалась достаточно простой – числа подобраны так, что все стулья расставляются равномерно. Но так может быть не всегда.

Задача 2. Как расставить вдоль стен квадратной комнаты 26 стульев так, чтобы вдоль каждой стены стояло по 7 стульев?

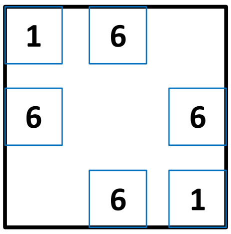
Решение

Аналогично предыдущему решению: 4 × 7 = 28 стульев требуется, чтобы расставить их вдоль стен, как указано. А у нас есть только 26 стульев. «Не хватает» 28 – 26 = 2 стульев, значит, именно эти два стула должны стоять в углах комнаты и «принадлежать» каждый двум соответствующим стенам. Расставляем их симметрично – в противоположных углах комнаты.

Остается 26 – 2 = 24 стула.

24 / 4 = 6, значит, в середине каждой стены надо поставить по 6 стульев.

Рисунок:



Проверяем: вдоль каждой стены стоит 1 + 6 = 7 стульев; всего стульев 2 × 1 + 4 × 6 = = 26.

Задача решена.

А что будет, если оставшееся количество стульев на 4 ровно не делится?

Задача 3. Как расставить вдоль стен квадратной комнаты 25 стульев так, чтобы вдоль каждой стены стояло по 7 стульев?

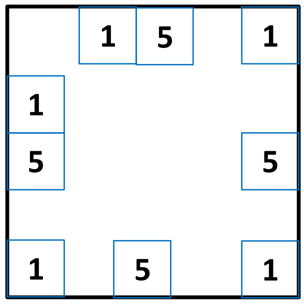
Решение

7 × 4 = 28 – столько стульев нам «нужно» для расстановки. У нас же – только 25 стульев. «Не хватает» 28 – 25 = 3 стула. Значит, их надо расставить поровну (по одному) в каждом углу.

25 – 3 = 22 стула. Столько их остается после расстановки по углам, и их надо расставить вдоль стен. Но 22 на 4 нацело не делится – получается в результате 5 и еще два стула в остатке. Как быть?

Сначала расставляем в середине каждой стены по 5 стульев. Теперь надо где-то «пристроить» оставшиеся 2 стула, но по углам они стоять не могут. Поэтому мы ставим их тоже «в середине» стен рядом с какими-то пятью. Где именно? Рядом с тем углом комнаты, который остался пустым!

Рисунок:



Проверяем: вдоль каждой стены стоит 1 + 5 + 1 = 7 стульев; всего стульев 5 × 1 + + 4 × 5 = 25.

Задача решена.

А теперь попробуем решить еще одну задачу.

Задача 4. Как расставить вдоль стен квадратной комнаты 23 стула так, чтобы вдоль каждой стены стояло по 6 стульев?

Решение

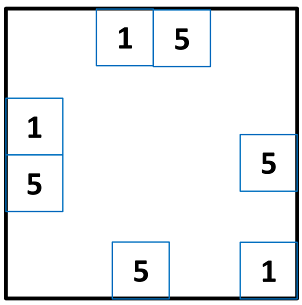
4 × 6 = 24. Но у нас стульев только 23. «Не хватает» одного стула, и потому именно один стул мы ставим в любом углу комнаты.

23 – 1 = 22. Опять при попытке разделить 22 на 4 получаем 5 и 2 в остатке.

Значит, расставляем в середине каждой стены по 5 стульев.

Остаются 2 стула. Их ставим тоже «в середине» двух соответствующих стен рядом с уже установленными пятью. Где именно? Напротив пустого угла, *противоположного* тому, где стоит наш один самый первый стул.

Рисунок:



Проверяем: вдоль каждой стены стоит $1 + 5 = 6$ стульев; всего стульев $3 \times 1 + 4 \times 5 = 23$.

Задача решена.

А теперь проверим наш метод еще на нескольких подобных задачах.

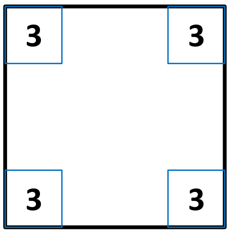
Задача 5. Как расположить 12 одинаковых монет вдоль стенок большой квадратной коробки так, чтобы вдоль каждой стенки лежало ровно по 6 монет? (Разрешается класть монеты одну на другую.)

Решение

$4 \times 6 = 24$. Но у нас только 12 монет. «Не хватает» $24 - 12 = 12$ монет. Значит, именно 12 монет (стопками) надо поместить по углам коробки. Проще всего их расположить поровну: $12 / 4 = 3$ – по три монеты в каждом углу.

$12 - 12 = 0$ – значит, в середине сторон коробки больше ничего класть не нужно.

Рисунок:



Проверяем: вдоль каждой стены стоит $3 + 3 = 6$ монет; всего монет $4 \times 3 = 12$.

Можно предложить второй вариант: в двух противоположных углах расположить по 6 монет.

Задача решена.

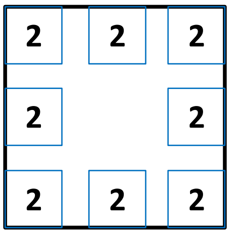
Задача 6. Как расставить 16 стражников вдоль четырех стен крепости так, чтобы на каждой стене дежурило по 6 стражников?

Решение

$4 \times 6 = 24$. Но у нас только 16 стражников. «Не хватает» $24 - 16 = 8$ стражников. Значит, именно 8 стражников надо разместить по углам крепости – поровну по $8 / 4 = 2$ человека.

$16 - 8 = 8$, значит, оставшихся 8 стражников размещаем на середине стен. Тоже поровну – $8 / 4 = 2$, значит, на каждой стене разместим по 2 человека.

Рисунок:



Проверяем: вдоль каждой стены стоит $2 + 2 + 2 = 6$ стражников; всего стражников $8 \times 2 = 16$.

Задача решена.

Очевидно, рассмотренный метод решения будет действовать для любого количества расставляемых объектов, любого количества объектов вдоль стены и даже для любого количества стен. То есть, является универсальным.

Богомолова Ольга Борисовна,
доктор педагогических наук,
почетный работник сферы образования Российской Федерации,
Заслуженный учитель города Москвы, учитель информатики и математики ГБОУ СОШ № 1360, г. Москва,

Усенков Дмитрий Юрьевич,
ГБОУ СОШ № 1360, г. Москва.